

量化交易中的执行科学：交易执行、市场冲击模型与成本控制体系深度研究报告

1. 绪论：量化金融价值链中的执行环节

在现代量化金融的宏大叙事中，交易执行(Execution)曾一度被视为后台的运营职能，仅仅是将投资决策转化为持仓的机械过程。然而，随着全球资本市场微观结构的日益复杂化、高频交易(HFT)的兴起以及流动性的碎片化，交易执行已演变为量化投资策略的核心支柱之一。对于许多高换手率的策略(如统计套利、高频做市)，执行能力的优劣直接决定了策略的生死存亡。即便对于低频的基本面量化策略，长期累积的执行成本也足以显著侵蚀投资组合的夏普比率(Sharpe Ratio)。

量化交易系统通常由四个紧密耦合的模块构成：策略识别(Strategy Identification)、回测(Backtesting)、执行系统(Execution System)和风险管理(Risk Management)¹。其中，执行系统的核心使命是在尽可能短的时间内完成交易指令，同时最小化交易成本和风险。这一目标面临着一个根本性的权衡(Trade-off)：如果为了降低市场风险(Market Risk)而极速交易，必然会消耗订单簿流动性，导致巨大的瞬时市场冲击(Market Impact)；反之，如果为了降低冲击成本而拉长交易时间，订单则暴露在更长时间的价格波动风险之下³。

本报告将从微观结构理论出发，深入剖析交易执行的各个维度。我们将探讨市场冲击的动力学机制，详解经典的Almgren-Chriss最优执行框架及其数学推导，分类剖析从VWAP到智能订单路由(SOR)的各类算法策略，并前瞻性地介绍深度强化学习(DRL)在订单簿动态适应中的应用。最后，我们将建立一套严谨的交易成本分析(TCA)体系，阐述如何通过数据驱动的反馈循环来实现执行层面的Alpha生成。

2. 市场微观结构与流动性动力学

要理解交易执行的本质，必须首先解剖交易发生的物理场所——限价订单簿(Limit Order Book, LOB)及其背后的微观结构动力学。

2.1 限价订单簿(LOB)的解剖学

在电子化交易市场中，LOB是价格形成的核心机制。它由一系列按价格和时间优先排序的买单(Bid)和卖单(Ask)组成。LOB的状态不仅包含了当前的价格信息，还蕴含了关于供需失衡、流动性深度和潜在价格演变的丰富信号⁵。

- 流动性供给与消耗：限价单(Limit Order)是流动性的提供者，它们静止在订单簿中等待成交，赚取买卖价差(Spread)，但面临非执行风险(Non-execution Risk)和逆向选择风险(Adverse Selection Risk)。市价单(Market Order)则是流动性的消耗者，它们即时成交，支付价差成本并推动价格移动⁷。
- 订单簿特征量：
 - 深度(Depth)：各价格档位上挂单的数量。深度越厚，吸收大额订单冲击的能力越强。
 - 价差(Spread)：最优买价(Best Bid)与最优卖价(Best Ask)之差。价差是交易的最显性

成本。

- 不平衡度(Imbalance): 买一量与卖一量的比率(V_{bid}/V_{ask})。研究表明, 订单簿不平衡度是短时价格漂移(Price Drift)的强预测因子⁸。

2.2 逆向选择与信息不对称

在执行过程中, 量化交易员必须时刻警惕“逆向选择”风险。当一个被动挂单(Limit Order)被成交时, 往往是因为对手方拥有更优势的信息(Informed Trader)或者捕捉到了即将到来的价格变动⁹。例如, 如果一个旨在买入的限价单在价格下跌前瞬间被成交, 该交易在成交瞬间即处于浮亏状态。这种现象被称为“有毒资金流”(Toxic Flow)。

在高频交易领域, 这种博弈尤为激烈。做市商和算法交易员利用低延迟技术(Low Latency)和微波网络(Microwave Links)在微秒级的时间尺度上争夺由于跨交易所价格延迟产生的套利机会¹⁰。对于执行算法而言, 识别并规避有毒流, 防止被“摘单”(Picked off), 是降低隐性成本的关键。

3. 交易成本经济学: 从显性到隐性

交易成本是量化策略业绩的“隐形杀手”。为了有效控制成本, 必须建立清晰的成本分类学。

3.1 显性成本(Explicit Costs)

显性成本是确定性的、会计层面的支出, 通常在交易前即可精确计算。

- 佣金(Commissions): 支付给经纪商(Broker)的费用。
- 交易所费率(Exchange Fees): 包括交易费、清算费以及监管征费(如SEC Fee)。值得注意的是, 现代交易所通常采用“Maker-Taker”定价模式, 即向流动性提取者收费, 向流动性提供者支付回扣(Rebate)。对于某些高频策略, Rebate甚至构成了主要的收入来源¹²。

3.2 隐性成本(Implicit Costs): 冰山之下

隐性成本源于市场机制和价格波动, 通常占据机构交易成本的绝大部分。

- 买卖价差(Bid-Ask Spread): 这是即时流动性的溢价。买入价高于卖出价的部分即为立刻成交的代价。
- 滑点(Slippage): 这是预期成交价格与实际成交价格的偏差。滑点是执行效率的核心度量, 它实际上包含了市场冲击和延迟成本¹³。
- 机会成本(Opportunity Cost): 这是“未成交”的代价。如果算法为了等待更好的价格而挂单, 结果市场一去不返, 导致最终未能建仓或被迫以更高价格追单, 这部分损失即为机会成本¹⁵。

3.3 实施落差(Implementation Shortfall, IS)

实施落差是衡量交易总成本的行业标准框架, 由Perold (1988) 提出。它定义为“模拟纸面组合(Paper Portfolio)的回报与实际实盘组合(Real Portfolio)回报之差”¹⁵。

其数学表达为：

$$IS = \text{Paper Return} - \text{Actual Return}$$

分解后可得：

$$IS = \underbrace{(P_{avg} - P_{decision}) \cdot Q_{exec}}_{\text{Execution Cost}} + \underbrace{\text{Fees}}_{\text{Explicit}} + \underbrace{(P_{close} - P_{decision}) \cdot (Q_{total} - Q_{exec})}_{\text{Opportunity Cost}}$$

其中：

- $P_{decision}$:决策时刻的价格 (Arrival Price)。
- P_{avg} :实际成交均价。
- Q_{total} :计划交易总量。
- Q_{exec} :实际成交数量。

这一公式清晰地揭示了执行成本的三个来源：执行价格劣于决策价格（滑点）、手续费、以及未完全成交带来的错失利润。

成本类型	定义	驱动因素	控制策略
显性成本	佣金、交易所费用、税费	经纪商费率、交易所规定	费率谈判、Maker-Taker 优化
买卖价差	最优买卖报价之差	市场流动性、做市商库存风险	增加限价单使用比例
市场冲击	自身交易导致的价格不利移动	交易规模、交易速度、流动性深度	拆单、延长执行时间、隐身交易
机会成本	未成交部分导致的收益损失	价格趋势、过度保守的挂单策略	动态调整激进程度、使用IS算法

4. 市场冲击模型：理论核心与数学推导

市场冲击 (Market Impact) 是量化执行中最大的内生变量。理解并量化冲击是所有高级执行算法的基础。

4.1 暂时性冲击与永久性冲击

市场冲击通常被分解为两个正交的分量：

1. 暂时性冲击(**Temporary Impact**, I_{temp})：源于对订单簿流动性的瞬时消耗。当一个大买单扫过卖一、卖二价位时，价格会被推高。一旦买压消失，流动性提供者会重新填充订单簿，价格会发生均值回归(Reversion)。暂时性冲击通常被建模为交易速率(Trading Rate, v)的函数⁵。
2. 永久性冲击(**Permanent Impact**, I_{perm})：源于交易中的信息泄露。如果市场参与者推断出买方拥有Alpha(即知情交易者)，他们会永久性地向上调整对资产价值的预期。永久性冲击通常被建模为交易总量(Total Quantity, X)的函数，与交易速度无关¹⁸。

4.2 平方根法则(The Square-Root Law)

实证研究(Barra, J.P. Morgan, Almgren等)在股票、期货和期权市场中广泛发现了一个普适规律：市场冲击与交易量的平方根成正比。这一发现被称为“市场冲击的平方根法则”²⁰。

$$\Delta P \approx Y \cdot \sigma \cdot \sqrt{\frac{Q}{V}}$$

其中：

- Y 是无量纲常数(通常接近1)。
- σ 是资产的日波动率。
- Q 是交易数量。
- V 是日均成交量(ADV)。

这一非线性关系暗示了流动性的边际供给是递增的，或者说，随着交易量的增加，对价格的边际影响是递减的。这对拆单策略有重要启示：将大单拆得过碎可能并不总是最优的，因为每一笔小单都有固定成本和信息泄露风险。

4.3 Almgren-Chriss 最优执行框架

Robert Almgren 和 Neil Chriss (1999, 2000) 提出的框架是现代算法交易的基石。它将最优执行建模为一个随机控制问题，旨在权衡预期执行成本与价格波动风险⁶。

模型设定：

假设需要在时间 T 内卖出 X 股股票。价格 S_t 服从算术布朗运动：

$$S_t = S_0 + \sigma W_t - \gamma(X_0 - X_t) + \eta v_t$$

- $\gamma(X_0 - X_t)$: 永久性冲击项, 与已卖出总量成正比。
- ηv_t : 暂时性冲击项, 与瞬时交易速度 v_t 成正比(假设线性冲击)。

目标函数:

交易员的目标是最小化总成本的期望值(Expected Cost)和方差(Risk)的加权和:

$$\min_v (E[C] + \lambda \cdot \text{Var}[C])$$

其中 λ 是风险厌恶系数。

解析解与策略洞察:

1. 风险中性(**Risk Neutral**, $\lambda = 0$): 如果交易员不在乎波动风险, 只在乎成本, 最优策略是匀速交易(**TWAP**)。因为暂时性冲击 ηv_t^2 是凸函数, 匀速交易可以最小化积分成本。
2. 风险厌恶(**Risk Averse**, $\lambda > 0$): 如果交易员厌恶风险, 最优策略是前置交易(**Front-loaded**)。即在开始阶段交易较多数量, 迅速降低库存(Inventory), 从而减少后续时间段内的价格波动风险暴露。这就形成了经典的“实施落差(IS)策略”曲线⁶。

4.4 瞬态冲击模型(Transient Impact Models, TIM)与衰减核

传统的Almgren-Chriss模型假设暂时性冲击是瞬时恢复的。然而, 现代研究(Bouchaud et al.)提出了“传播子模型”(Propagator Model), 认为冲击是瞬态的, 并遵循幂律衰减(Power-law Decay):

$$I(t) \propto \int_0^t v(s)G(t-s)ds$$

其中 $G(\tau) \sim \tau^{-\beta}$ 是衰减核(Decay Kernel)。这意味着很久之前的交易对当前价格仍有微弱但非零的影响。这一模型更符合LOB的记忆特性(Long Memory), 在设计长时间跨度的VWAP算法时至关重要⁵。

5. 算法执行策略体系

基于上述理论, 业界发展出了一套标准化的算法执行策略库。每种策略都有其特定的应用场景和基准(Benchmark)。

5.1 时间与交易量基准策略(Schedule-based)

VWAP(成交量加权平均价)

- 逻辑:旨在使成交均价贴近全天的VWAP。算法根据历史成交量分布(Volume Profile)预测当天的交易量,按比例分配下单量。例如,若历史数据显示开盘前30分钟占全天成交量的15%,算法也会在前30分钟执行15%的订单²⁷。
- 优点:机构投资者的标准基准,对市场冲击较小(顺势而为)。
- 缺点:具有滞后性,如果当日成交量分布与历史严重偏离(如突发新闻导致午盘放量),算法可能无法适应。此外,严格遵循预测曲线容易被其他算法侦测和利用(Gaming)¹⁷。

TWAP(时间加权平均价)

- 逻辑:在规定时间内匀速切单执行。例如,在1小时内每分钟买入1000股²⁶。
- 优点:逻辑简单透明,不仅保证完成度,且不依赖历史数据。
- 缺点:完全忽略流动性波动。在午休等流动性枯竭时段保持同样速度交易,会造成巨大的瞬时冲击成本²⁸。

POV(参与率策略 / Percentage of Volume)

- 逻辑:设定一个参与率(如10%),算法实时监测市场成交量,每当市场成交1000股,算法就伴随成交100股²⁹。
- 优点:高度自适应。市场活跃时加速,清淡时减速,避免了TWAP在低流动性时段的冲击。
- 缺点:存在“追涨杀跌”风险。如果价格上涨且伴随巨量(如突破),POV算法会因成交量放大而加大买入力度,导致在高位买入更多,推高平均成本。且无法保证在特定时间内完成交易²⁹。

5.2 实施落差与流动性搜寻策略

实施落差算法(Implementation Shortfall / Arrival Price Algo)

- 逻辑:直接应用Almgren-Chriss框架。算法在“尽快完成以降低风险”和“耐心交易以降低冲击”之间动态平衡。它通常会监控实时的波动率和Alpha信号,如果预测价格将向不利方向大幅运动,算法会突然变得激进(Aggressive)以迅速完成建仓¹⁵。
- 适用场景:具有高Alpha衰减速率的主动型策略。

冰山订单(Iceberg)与隐藏流动性

- 逻辑:为了隐藏大单意图,只在LOB中展示一小部分数量(Display Size/Tip)。一旦这部分成交,算法立即从隐藏数量(Reserve)中补充新的展示量³²。
- 反侦测机制:为了防止被模式识别算法发现,现代冰山订单引入了随机化机制(Randomization)。展示数量(Display Size)会在一定范围内随机浮动(如 $\pm 30\%$),补充时间(Reload Time)也会引入随机延迟³⁴。

智能订单路由(Smart Order Routing, SOR)

在碎片化市场(如美股、加密货币)中,同一资产在多个交易所交易。SOR是算法的最底层触角,负责将切分后的子订单路由到最佳场所³⁶。

- 聚合流动性:SOR构建一个“虚拟全局订单簿”,整合所有交易所的流动性。

- 路由逻辑：
 1. 价格优先：谁的价格最好？
 2. 概率优先：哪个交易所的成交概率最高？（防止“虚假流动性”或高拒单率）
 3. 费率优化：优先路由到提供Rebate的交易所（Maker）或费率更低的场所。
 4. 延迟套利防护：通过纳秒级的精确计时，同时向多交易所发送指令，防止HFT利用延迟差抢先成交（Latency Arbitrage）¹⁰。

6. 前沿探索：强化学习在执行中的应用

传统的Almgren-Chriss模型依赖于严格的假设（线性冲击、常数波动率），而真实市场是非平稳、非线性且存在博弈的。深度强化学习（Deep Reinforcement Learning, DRL）因其处理高维状态空间和自适应能力，正成为执行算法的新前沿³⁸。

6.1 交易执行的MDP建模

将执行问题建模为马尔可夫决策过程（MDP）：

- 状态空间（**State Space**, S ）：由私有状态和市场状态组成。
 - 私有状态：剩余库存 x_t ，剩余时间 t_{rem} 。
 - 市场状态：LOB特征（前5档价格和量）、订单流不平衡度（OFI）、近期波动率、市场微观结构特征（如排队位置）³⁸。
- 动作空间（**Action Space**, A ）：
 - 离散动作：买/卖/持有，或调整限价单的价格档位（如 Mid, Best Bid, Bid-1）。
 - 连续动作：具体的下单数量或相对于中间价的挂单偏移量⁴⁰。
- 奖励函数（**Reward Function**, R ）：通常定义为实施落差的负数（即最小化IS）。

$$R_t = \Delta PnL - \lambda \cdot (\text{Risk Penalty})$$

为了解决稀疏奖励问题（只有交易结束才知道总成本），通常引入逐笔标记（Mark-to-Market）的中间奖励³。

6.2 DRL的优势与挑战

- 非线性特征提取：利用卷积神经网络（CNN）或LSTM处理LOB的时间序列图像，DRL智能体可以学习到人类难以察觉的微观模式。例如，识别出“当买一量剧减且卖盘堆积时，大概率即将发生向下跳价”，从而提前抢单或撤单⁴⁰。
- 动态适应：DRL算法不需要预设冲击参数 γ 和 η 。它通过与环境的交互“试错”来隐式地学习市场冲击函数。这使得它在市场体制转换（Regime Shift）时比参数化模型更具鲁棒性⁴³。
- 仿真与现实差距（**Sim-to-Real Gap**）：这是最大的挑战。在历史数据上训练RL往往会导致过拟合，因为历史数据无法反映智能体自身动作对市场的冲击（Counterfactual Problem）。因此，业界广泛使用多智能体仿真器（如ABIDES）来构建逼真的交互环境，让RL智能体在仿真

市场中训练成熟后再部署实盘⁴⁰。

7. 交易成本分析(TCA)与优化闭环

没有度量就没有优化。建立一套全周期的TCA体系是控制成本的关键⁴⁴。

7.1 交易前(Pre-Trade)TCA

- 成本预估模型:基于历史数据估算预期冲击成本。这有助于基金经理决定资金容量(Capacity)。
- 策略选择:根据预估的流动性和波动率,自动推荐最合适的算法(Algo Wheel)。例如,在低波动、高流动性时推荐VWAP,在突发事件高波动时推荐IS⁴⁷。

7.2 交易后(Post-Trade)TCA 指标

- 相对于基准的滑点:
 - vs. Arrival Price:衡量整体执行效率。
 - vs. VWAP:衡量是否跑赢了市场平均水平。
 - vs. Interval VWAP:衡量算法在具体执行时段内的微观择时能力⁴⁸。
- 价格回归(Reversion)分析:这是区分Alpha和市场冲击的神器。测量交易完成后(如5分钟、1小时)的价格走势。
 - 高回归:价格在买入后迅速下跌,说明交易造成了过大的暂时性冲击,算法可能过于激进,支付了过多的流动性溢价。建议:减速。
 - 低回归/无回归:价格在买入后维持高位或继续上涨,说明交易具有永久性冲击(信息泄露)或捕捉到了Alpha。建议:维持或隐蔽⁵。

7.3 归因分析(Attribution)

将总滑点分解为:

- 算法归因:算法本身的择时能力贡献了多少?
- 场所归因:某个特定交易所是否总是成交价格最差?(可能存在高频掠夺者)
- Alpha归因:PM的信号预测偏差导致了多少成本?⁵⁰

8. 总结与展望

量化交易的执行环节是一个融合了金融数学、微观结构理论、高性能计算和人工智能的复杂交叉领域。从Almgren-Chriss的经典控制论推导,到现代深度强化学习在LOB上的博弈,核心目标始终未变:在不确定的市场中寻找确定性的成本边界。

未来的执行系统将更加智能化和自动化。随着TCA数据的积累,算法将具备自我进化的能力(Auto-tuning),能够根据实时的微观结构信号(如OFI、队列位置)动态切换策略逻辑。同时,随着监管对“最佳执行”(Best Execution)要求的提高,执行过程的透明度和可解释性也将成为新的合规重点。对于量化机构而言,构建一个低延迟、高智能、数据驱动的执行体系,不再是锦上添花的

优化，而是获取长期超额收益的必要护城河。

表1: 主要算法执行策略对比分析

策略名称	核心目标	风险特征	最佳应用场景	市场冲击特征
VWAP	匹配市场成交量加权均价	低: 冲击风险小 高: 价格漂移风险 (Timing Risk)	大额订单、低 Alpha 紧迫度、全天交易	平滑, 分散在全天, 冲击较低
TWAP	匹配时间加权均价	中: 忽略成交量分布, 可能在清淡时段造成冲击	流动性极差标的、简单基准需求	机械性强, 易在低流动性时段产生尖峰冲击
POV	维持固定市场参与率	变动: 随成交量波动。 存在“追涨杀跌”风险	明确限制参与率的订单	随市场热度变化, 高成交量时冲击可能叠加
IS (实施落差)	最小化相对于到达价格的落差	高: 倾向于快速交易以降低价格风险	高 Alpha 紧迫度、高波动性市场	前置性冲击 (Front-loaded), 初期较大
Iceberg (冰山)	隐藏总单量	中: 存在未成交风险 (漏单)	超大宗交易、防止信息泄露	隐蔽, 旨在消除信号引起的永久性冲击
Sniper / Dark	寻找暗池流动性	低: 无冲击 (如果成交) 高: 机会成本 (成交概率低)	极低冲击需求、非紧急订单	理论上为零 (Lit Market Impact), 但有延迟风险

附录: 核心数学模型参数详解

在 Almgren-Chriss 模型中, 校准以下两个参数至关重要:

1. 永久冲击系数 (γ): 通常通过回归分析每日价格变化与净交易流 (Net Order Flow) 的关系得出。

$$\Delta S_{day} \approx \alpha + \gamma \cdot \text{NetFlow} + \epsilon$$

2. 暂时冲击系数 (η): 通常利用Tick级数据, 分析每笔交易后的瞬时价格反弹 (Reversion) 幅度。这需要极高精度的时间戳数据⁵²。

正确估计这些参数, 是量化交易团队从理论模型走向实盘盈利的关键一步。

Works cited

1. Quantitative Trading - Overview, Components, How It Works - Corporate Finance Institute, accessed January 27, 2026, <https://corporatefinanceinstitute.com/resources/career-map/sell-side/capital-markets/quantitative-trading/>
2. Quantitative Trading: Everything You Need to Know | IG International, accessed January 27, 2026, <https://www.ig.com/en/trading-strategies/a-traders-guide-to-quantitative-trading-200420>
3. Optimal execution strategy with an uncertain volume target - The Alan Turing Institute, accessed January 27, 2026, <https://www.turing.ac.uk/news/publications/optimal-execution-strategy-uncertain-volume-target>
4. Balancing Execution Risk and Trading Cost in Portfolio Trading Algorithms, accessed January 27, 2026, <https://www.pm-research.com/content/ijitrade/8/4/37>
5. Market impact models and optimal execution algorithms - Imperial College London, accessed January 27, 2026, <https://www.imperial.ac.uk/media/imperial-college/research-centres-and-groups/cfm-imperial-institute-of-quantitative-finance/events/Lillo-Imperial-Lecture1.pdf>
6. Solving the Almgren Chris Model - Dean Markwick, accessed January 27, 2026, <https://dm13450.github.io/2024/06/06/Solving-the-Almgren-Chris-Model.html>
7. What Is Quantitative Trading? | Quant Trading Explained - CQF, accessed January 27, 2026, <https://www.cqf.com/blog/what-quantitative-trading>
8. (PDF) Optimal Execution with Reinforcement Learning - ResearchGate, accessed January 27, 2026, https://www.researchgate.net/publication/385721262_Optimal_Execution_with_Reinforcement_Learning
9. QB Blog | Market Drift Vs. Market Impact | Measuring Execution ..., accessed January 27, 2026, <https://www.quantitativebrokers.com/blog/market-drift-vs-market-impact>
10. How to Implement Low Latency Execution in Your Trading Infrastructure - B2BROKER, accessed January 27, 2026, <https://b2broker.com/news/low-latency-execution-trading-infrastructure/>

11. Trading Latency Optimization Guide - TradersPost Blog, accessed January 27, 2026, <https://blog.traderspost.io/article/trading-latency-optimization-guide>
12. Disclosing Transaction Costs – BlackRock, accessed January 27, 2026, <https://www.blackrock.com/corporate/literature/whitepaper/viewpoint-disclosing-transaction-costs-august-2018.pdf>
13. Implications Involving Cost - CFA, FRM, and Actuarial Exams Study Notes - AnalystPrep, accessed January 27, 2026, <https://analystprep.com/study-notes/cfa-level-iii/implications-involving-cost/>
14. What Is Implementation Shortfall? Key Insights and Example - Investopedia, accessed January 27, 2026, <https://www.investopedia.com/terms/i/implementation-shortfall.asp>
15. Implementation Shortfall - CFA, FRM, and Actuarial Exams Study Notes - AnalystPrep, accessed January 27, 2026, <https://analystprep.com/study-notes/cfa-level-2/describe-the-implementation-shortfall-approach-to-transaction-cost-measurement/>
16. Trade implementation - Implementation shortfall and arrival price - PastPaperHero, accessed January 27, 2026, <https://www.pastpaperhero.com/resources/cfa-level3-trade-implementation-implementation-shortfall-and-arrival-price>
17. Implementation Shortfall Analysis (Examples) - QuestDB, accessed January 27, 2026, <https://questdb.com/glossary/implementation-shortfall-analysis/>
18. Understanding Market Impact in Active Trading: A Comprehensive Guide, accessed January 27, 2026, <https://www.interactivebrokers.com/campus/ibkr-quant-news/understanding-market-impact-in-active-trading-a-comprehensive-guide/>
19. Slow decay of impact in equity markets: insights from the ANcerno database - Capital Fund Management, accessed January 27, 2026, <https://www.cfm.com/wp-content/uploads/2022/12/247-Slow-decay-of-impact-in-equity-markets.pdf>
20. Market impact models and optimal execution algorithms - Imperial College London, accessed January 27, 2026, <https://www.imperial.ac.uk/media/imperial-college/research-centres-and-groups/cfm-imperial-institute-of-quantitative-finance/events/Lillo-Imperial-Lecture3.pdf>
21. How does the square root of market impact model work? : r/algotrading - Reddit, accessed January 27, 2026, https://www.reddit.com/r/algotrading/comments/13r8mon/how_does_the_square_root_of_market_impact_model/
22. The square-root impact law also holds for option markets - Capital Fund Management, accessed January 27, 2026, <https://www.cfm.com/wp-content/uploads/2022/12/287-2016-The-square-root-impact-law-also-holds-for-option-markets.pdf>
23. Optimal Execution & Algorithmic Trading - Mathematical Institute - University of Oxford, accessed January 27, 2026, https://www.maths.ox.ac.uk/system/files/attachments/NUS19_JO_handout.pdf
24. Optimal Execution of Portfolio Transactions*, accessed January 27, 2026,

- <https://www.smallake.kr/wp-content/uploads/2016/03/optliq.pdf>
25. Understanding the Almgren-Chriss Model for Optimal Trade Execution - SimTrade blog, accessed January 27, 2026, https://www.simtrade.fr/blog_simtrade/understanding-almgren-chriss-model-for-optimal-trade-execution/
 26. Futures Electronic Trading Strategies – User Guide - RBC Capital Markets, accessed January 27, 2026, <https://www.rbccm.com/assets/rbccm/docs/expertise/electronic/futures-execution-strategies.pdf>
 27. Market Participant Dynamics Pt 2: Metrics & Strategies for Navigating Price Influence, accessed January 27, 2026, <https://bookmap.com/blog/market-participant-dynamics-pt-2-metrics-strategies-for-navigating-price-influence>
 28. Trade implementation - Algorithmic strategies vwap twap and pov - PastPaperHero, accessed January 27, 2026, <https://www.pastpaperhero.com/resources/cfa-level3-trade-implementation-algorithmic-strategies-vwap-twap-and-pov>
 29. The POV (Percentage of Volume) Algorithm - Siddharth's Blog, accessed January 27, 2026, <https://siddharthqs.com/the-pov-percentage-of-volume-algorithm>
 30. Percentage of Volume - AlgoJi, accessed January 27, 2026, <https://algoji.com/percentage-of-volume/>
 31. FX execution algorithms and market functioning - Bank for International Settlements, accessed January 27, 2026, <https://www.bis.org/publ/mktc13.pdf>
 32. How to Read and Trade Iceberg Orders: Hidden Liquidity in Plain Sight - Bookmap, accessed January 27, 2026, <https://bookmap.com/blog/how-to-read-and-trade-iceberg-orders-hidden-liquidity-in-plain-sight>
 33. Iceberg Orders (Examples) - QuestDB, accessed January 27, 2026, <https://questdb.com/glossary/iceberg-order/>
 34. Order Types and Functionality Guide, accessed January 27, 2026, <https://tsx.com/ebooks/en/order-types-guide/33/>
 35. EBS Dealing Rules – Appendix EBS Market - CME Group, accessed January 27, 2026, <https://www.cmegroup.com/trading/market-tech-and-data-services/files/ebs-dealing-rules-ebs-market-appendix-20220325-globex-clean.pdf>
 36. Liquidity Tech: Smart Order Routing (SOR) Technology Explained - ChainUp, accessed January 27, 2026, <https://www.chainup.com/blog/smart-order-routing-sor-technology-explained/>
 37. Smart Order Routing (SOR) - CoinAPI.io Glossary, accessed January 27, 2026, <https://www.coinapi.io/learn/glossary/smart-order-routing-sor>
 38. Reinforcement Learning for Optimized Trade Execution - Computer and Information Science, accessed January 27, 2026, <https://www.cis.upenn.edu/~mkearns/papers/rlexec.pdf>
 39. Full article: Optimal Execution: A Review - Taylor & Francis, accessed January 27, 2026, <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/1350486X.2022.2161588>

40. Optimal Execution with Reinforcement Learning - arXiv, accessed January 27, 2026, <https://arxiv.org/html/2411.06389v1>
41. Learn Continuously, Act Discretely: Hybrid Action-Space Reinforcement Learning For Optimal Execution - IJCAI, accessed January 27, 2026, <https://www.ijcai.org/proceedings/2022/0543.pdf>
42. Deep limit order book forecasting: a microstructural guide - PMC - PubMed Central, accessed January 27, 2026, <https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC12315853/>
43. Optimal Execution with Reinforcement Learning in a Multi-Agent Market Simulator - arXiv, accessed January 27, 2026, <https://arxiv.org/html/2411.06389v2>
44. Transaction Cost Analysis (TCA) - Tradeweb, accessed January 27, 2026, <https://www.tradeweb.com/our-markets/data-analytics/transaction-cost-analysis/>
45. How to build an end-to-end transaction cost analysis framework | Devportal, accessed January 27, 2026, <https://developers.lseg.com/en/article-catalog/article/build-end-to-end-transaction-cost-analysis-framework>
46. Optimizing Trading with Transaction Cost Analysis, accessed January 27, 2026, <https://tradingtechnologies.com/blog/tt-connect-blog/optimizing-trading-with-transaction-cost-analysis/>
47. Trade Transparency - Bloomberg Professional Services, accessed January 27, 2026, https://assets.bbhub.io/marketing/sites/6/2108369_BTCA_Brochure.pdf
48. Transaction Cost Analysis for Futures - CME Group, accessed January 27, 2026, <https://www.cmegroup.com/education/files/TCA-4.pdf>
49. Trading costs versus arrival price - Wholesale Banking, accessed January 27, 2026, https://wholesale.banking.societegenerale.com/uploads/tx_bisgnews/Societe_Generale_Trading_costs_versus_arrival_price_01.pdf
50. Optimise trading costs and comply with regulations leveraging LSEG Tick History - Query for Transaction Cost Analysis, accessed January 27, 2026, https://www.lseg.com/content/dam/data-analytics/en_us/documents/expert-talks/optimise-trading-costs-and-comply-with-regulations-leveraging-tick-history-query-for-transaction-cost-analysis-expert-talk.pdf
51. Mastering market dynamics: Transforming transaction cost analytics with ultra-precise Tick History - PCAP and Amazon Athena for Apache Spark | AWS Big Data Blog, accessed January 27, 2026, <https://aws.amazon.com/blogs/big-data/mastering-market-dynamics-transforming-transaction-cost-analytics-with-ultra-precise-tick-history-pcap-and-amazon-athena-for-apache-spark/>
52. Almgren-Chriss Market Impact Model, accessed January 27, 2026, <https://www.emergentmind.com/topics/almgren-chriss-market-impact-model>
53. [1206.0682] Calibration of optimal execution of financial transactions in the presence of transient market impact - ar5iv, accessed January 27, 2026, <https://ar5iv.labs.arxiv.org/html/1206.0682>
54. Direct Estimation of Equity Market Impact - Computer and Information Science,

accessed January 27, 2026,

<https://www.cis.upenn.edu/~mkearns/finread/costestim.pdf>